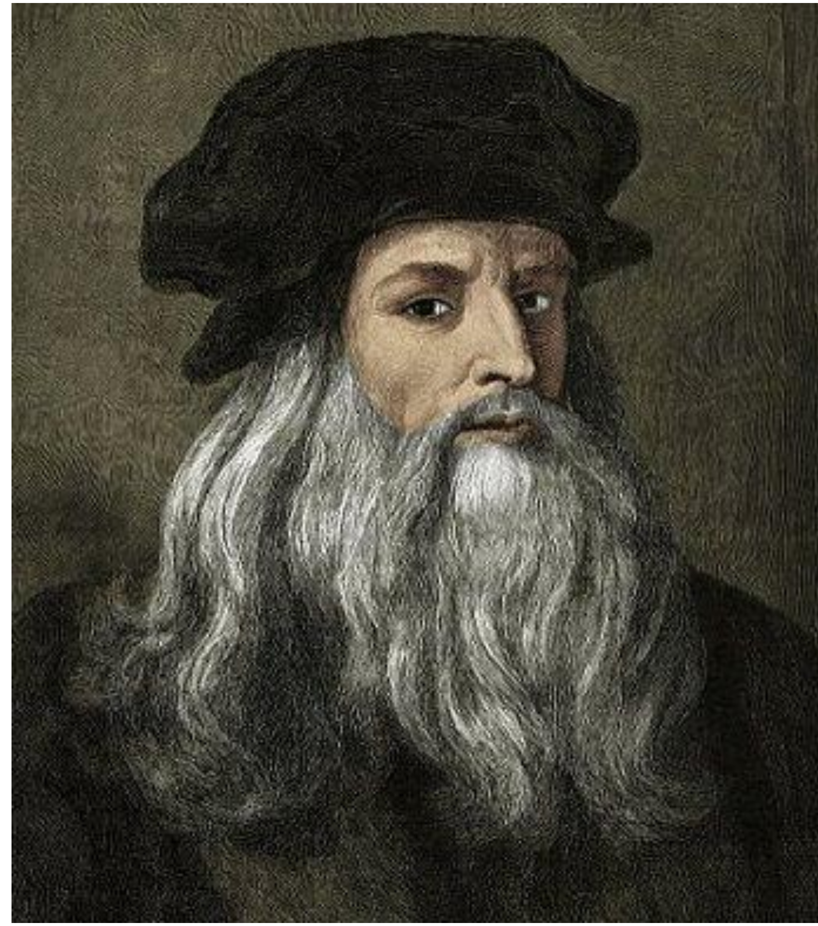
De Finetti e le scienze economiche, finanziarie e attuariali

Flavio Pressacco,
Università di Udine

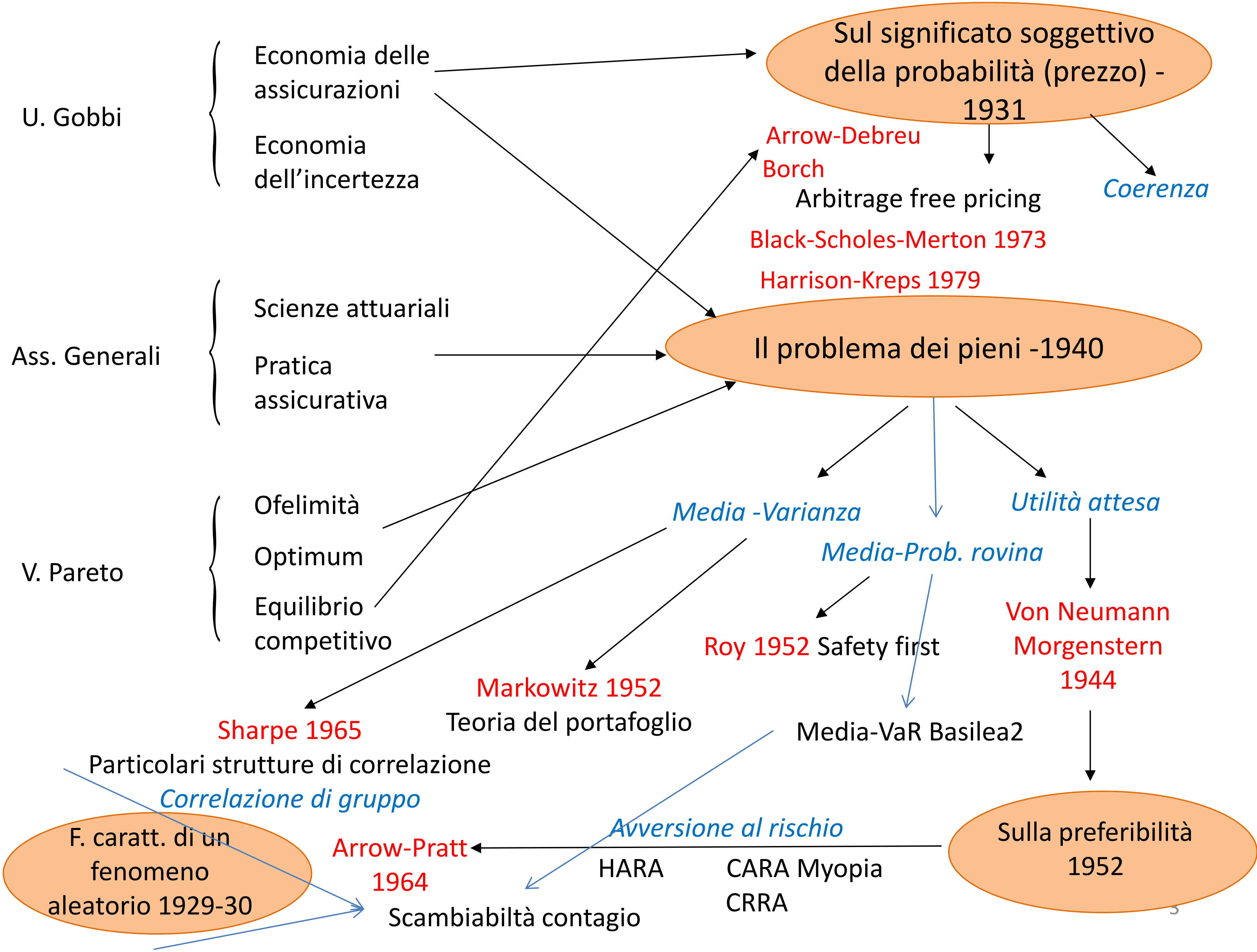
Giornata in onore di Bruno de Finetti

Accademia dei Lincei

Roma, 30 aprile 2015



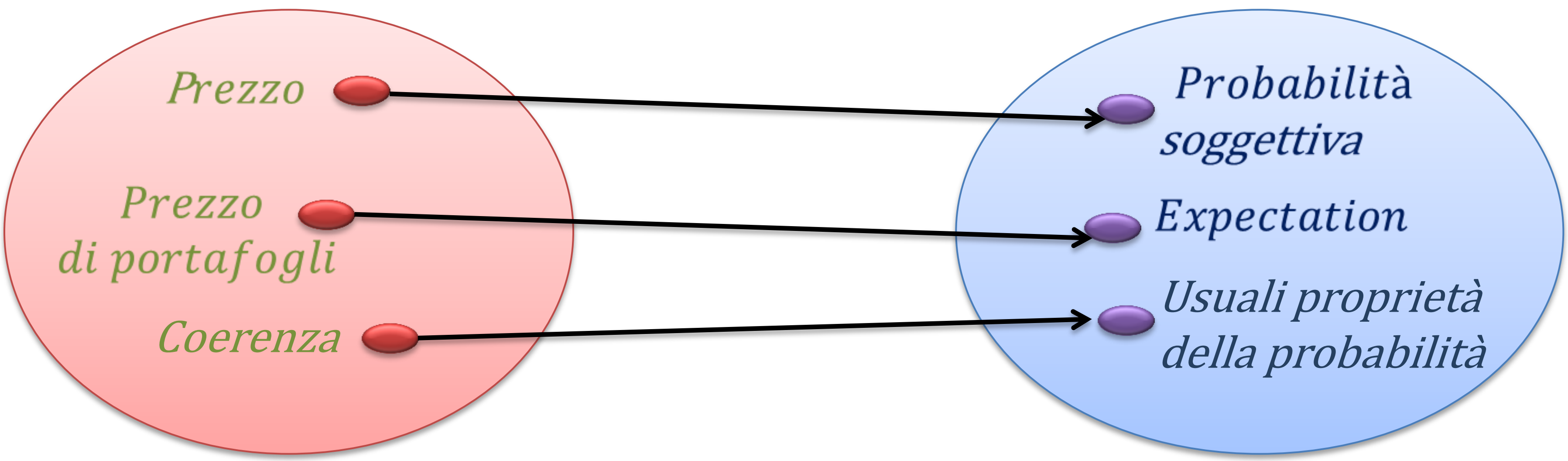
De Finetti ingegno leonardesco


U. Gobbi
Economia delle assicurazioni
Economia dell’incertezza
Sul significato soggettivo della probabilità (prezzo) - 1931
Arrow-Debreu
Borch
Arbitrage free pricing
Coerenza
Black-Scholes-Merton 1973
Harrison-Kreps 1979
Ass. Generali
Scienze attuariali
Pratica assicurativa
Il problema dei pieni -1940
V. Pareto
Ofelimità
Optimum
Equilibrio competitivo
Media -Varianza
Media-Prob. rovina
Utilità attesa
Roy 1952 Safety first
Von Neumann Morgenstern 1944
Markowitz 1952
Teoria del portafoglio
Sharpe 1965
Particolari strutture di correlazione
Correlazione di gruppo
Media-VaR Basilea2
F. caratt. di un fenomeno aleatorio 1929-30
Arrow-Pratt 1964
Avversione al rischio
HARA
CARA Myopia
CRRA
Sulla preferibilità 1952
Scambiabiltà contagio

De Finetti e l'economia

- Ispirazione:
  - U. Gobbi, anni '20
- Risultati:
  - Sul significato soggettivo della probabilità, 1931, Fundamenta Mathematicae, 17

A: concetti e strumenti economici   *B: teorie matematiche*



Coerenza = assenza di combinazioni finite di scommesse con guadagno certo

Relazione tra prezzi e probabilità

- Per de Finetti (1930):
  - Le probabilità sono prezzi
  - Le proprietà delle probabilità sono proprietà dei prezzi in condizioni AOA
  - Le speranze matematiche sono prezzi di portafogli
- Per Arrow-Debreu (post 1950):
  - I prezzi sono probabilità (neutrali al rischio)
  - Le proprietà dei prezzi sono proprietà delle probabilità in condizioni AOA
  - I prezzi dei portafogli sono speranze matematiche

Relazione tra prezzi e probabilità

- Dreze Market allocation under uncertainty 1970 European Economic Review
- It is shown that prices for contingent claims to a *numeraire* commodity have all the formal properties of a probability measure on the states, but still reflect the relative scarcities under alternative states as well as the probabilities of the states.

I tre moschettieri: M.Schervis, T.Seidenfeld,J. Kadane

- The fundamental theorems of previsions and

asset pricing. International Journal of Approximate Reasoning

- Abstract: we explore the connections between the concepts of coherence as defined by de Finetti and arbitrage in financial markets).
- Conclusioni: Although the coherence and arbitrage free condition are similar they are not identical. Forbidding arbitrage is a stronger requirement than requiring coherence. Absence of arbitrage does preclude certain additive setups while coherence allows all finitely additive setups. A condition even stronger than being arbitrage free is no free lunch which precludes all mere finite additivity as well as some countably additive setups.

De Finetti e l'economia: simbiosi!

- Ispirazione:
  - V. Pareto, anni '30
  - Ofelimità (utilità ordinale)
  - Optimum
  - Rifiuto automatismo equilibrio competitivo
- Risultati:

  Trilogia anni '30
  - Il tragico sofisma, 1935
  - Pareto di fronte ai suoi critici odierni, 1935
  - Compiti e problemi dell'economia pura, 1936

  Sintesi Conferenza UMI 1963
  - L'apporto della matematica nell'evoluzione del pensiero economico (simbiosi)

De Finetti e l'economia:

- **«le leggi dell'economia sono leggi matematiche e il vero economista, secondo Pareto deve dare alle sue ricerche e ai suoi risultati l'esattezza e il rigore di un sistema di equazioni» (ibidem 1935 b pag.228)**
- **«ragionare con maggior profondità, generalità e rigore: ecco dunque lo scopo che il ragionamento matematico deve prefiggersi e che deve ispirare la sua applicazione per il rinnovamento dell'economia pura» (ibidem pag.243).**

De Finetti e l’economia:

- **La caratteristica saliente dell’introduzione di una funzione del benessere consiste nello stabilire secondo criteri di interesse generale o di natura morale superiori agli egoismi dei singoli una preferenza fra le diverse distribuzioni che secondo le concezioni prevalenti dovrebbero rimanere escluse dall’ambito di ogni indagine economica.**
- **Abbiamo un compito molto importante: formulare e analizzare strutture economiche alternative realizzabili in modo da dare a tutti la migliore base possibile per la scelta del tipo di economia nella quale desiderano vivere.**

De Finetti e la finanza

- Ispirazione:
  - Optimum

  Problemi di optimum, 1937a

  Problemi di optimum vincolato,1937b
  - Controllo del rischio-rendimento
  - Riassicurazione proporzionale in quota
  - Teoria del rischio e rovina del giocatore

  La teoria del rischio e il problema della rovina dei giocatori, 1939

- Risultati:
  - Il problema dei pieni, 1940

Anticipazione dell'approccio Media-Varianza

Markowitz, 1952/56/59

De Finetti, 1940 GIIA	Markowitz, 1952 JF, 1956 NRLQ
$\min \quad \frac{1}{2} \underline{x}^T \mathbf{V} \underline{x}$	$\min \quad \frac{1}{2} \underline{x}^T \mathbf{V} \underline{x}$
$\underline{x}^T \underline{m} = E$	$\underline{x}^T \underline{m} \geq E$
$0 \leq \underline{x} \leq 1$	$\underline{x}^T 1 = 1$
	$\underline{x} \geq 0$
$0 \leq E \leq \underline{m}^T \underline{1}$	$\min_i m_i \leq E \leq \max_i m_i$

- Pressacco 1986, Insurance and risk theory
- Rubinstein 2006, JIM
- Markowitz 2006, JIM
- Pressacco – Serafini 2007, DEF
- Pressacco – Serafini 2009, New frontiers in insurance and bank risk management, Mc Graw Hill

De Finetti e la finanza

- Sugli effetti della riassicurazione proporzionale per quote: meno rischio (minor probabilità di rovina o minor varianza) ma anche meno rendimento
- La strada verso l'optimum rendimento-rischio è tracciata

Vantaggi approccio de Finetti (amichevole)

– Significato intrinseco non tecnico “optimum”

– Procedura amichevole per algoritmo della linea critica

– Strumento base

$$F_i(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial x_i} \right) / \left(\frac{\partial E}{\partial x_i} \right) = \sum_j \frac{\sigma_{ij}}{m_i} \cdot x_j$$

– Beneficio locale riassicurazione rischio *i*

– Idea geometrica dinamica*: optimum cammino nel cubo unitario delle ritenzioni ammissibili secondo logica di massimizzazione beneficio*

$$F_i(x) = \lambda$$ Per gli *i* massimizzanti il beneficio, fermi gli altri

De Finetti e la finanza

- Collegamento fra funzioni vantaggio e cammino dei punti di optimum nello spazio delle ritenzioni. Regole da seguire lungo il cammino.

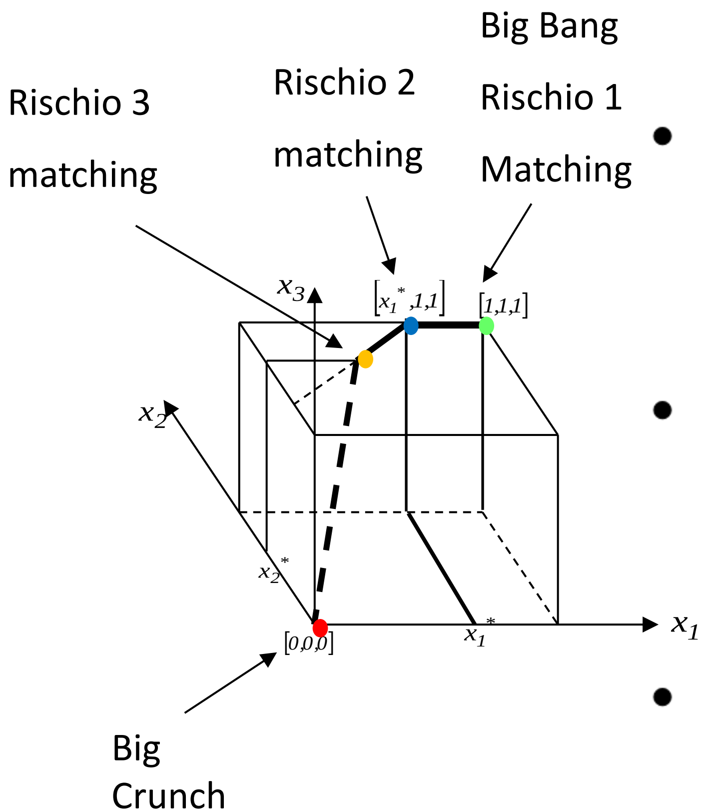
1. A partire dal vertice di massima speranza matematica riassicurare il rischio che ha massimo valore della funzione vantaggio. Poniamo $\lambda(\boldsymbol{x}) = max_i F_i(\boldsymbol{x})$. Risulta che λ è il moltiplicatore di Lagrange del vincolo sulla speranza matematica.

De Finetti e la finanza

- Continua…

2. Iniziare a riassicurare altri rischi man mano che la loro funzione vantaggio in un certo punto **x** eguaglia $\lambda(\mathbf{x})$. Seguire la direzione (lineare) che preserva l'eguaglianza di tutte le funzioni vantaggio dei rischi in corso di riassicurazione. Per gli altri sarà $F_i(\mathbf{x}) < \lambda(\mathbf{x})$.

Il cammino di optimum ha un corner (di pareggio) ogni volta che si inizia a riassicurare un nuovo rischio.



- Punto P_1 (1,1,1): vertice di massima media;

$$\lambda = F_1(P_1) > F_2, F_3$$

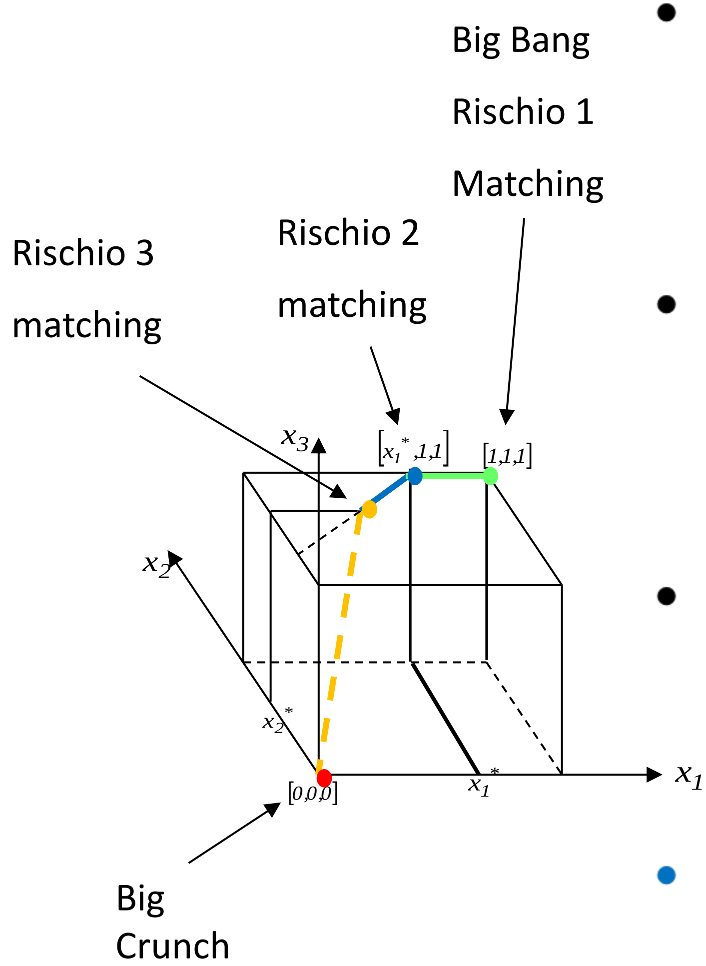
- Punto P_2 $(0 < x_1 < 1,1,1)$: corner inizio riassicuraz. rischio 2;

$$\lambda = F_1(P_2) = F_2 > F_3$$

- Punto P_3 $(0 < x_1 < 1,0 < x_2 < 1,1)$: corner inizio riassicuraz. rischio 3;

$$\lambda = F_1(P_3) = F_2 = F_3$$

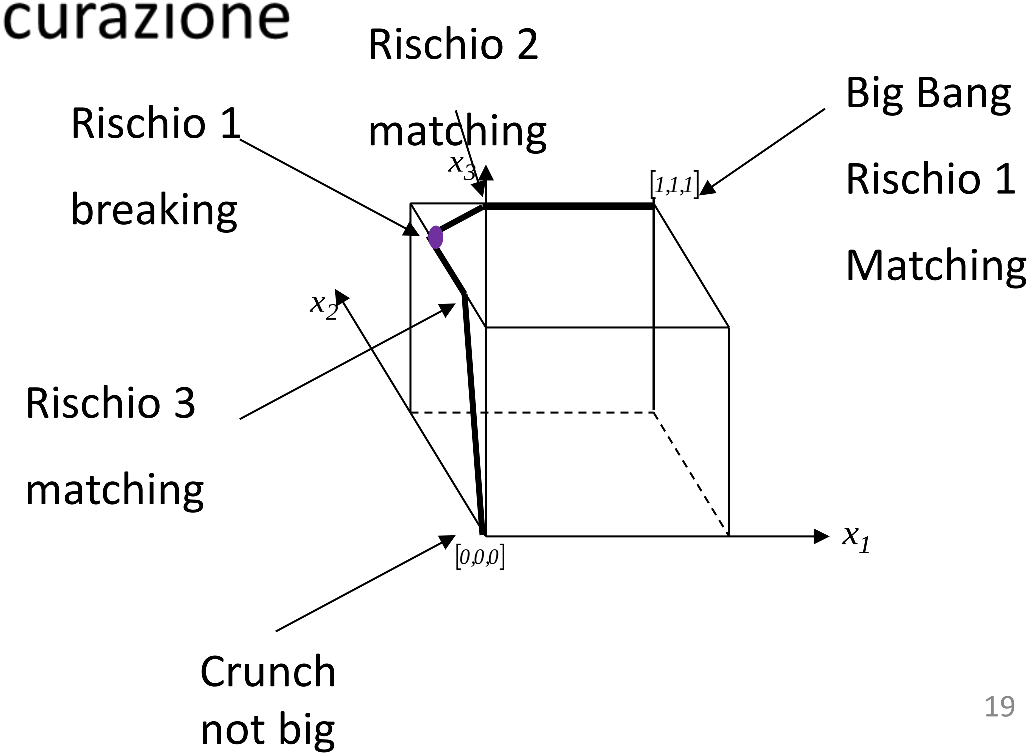
- Punto P_4 (0,0,0): vertice di minima varianza

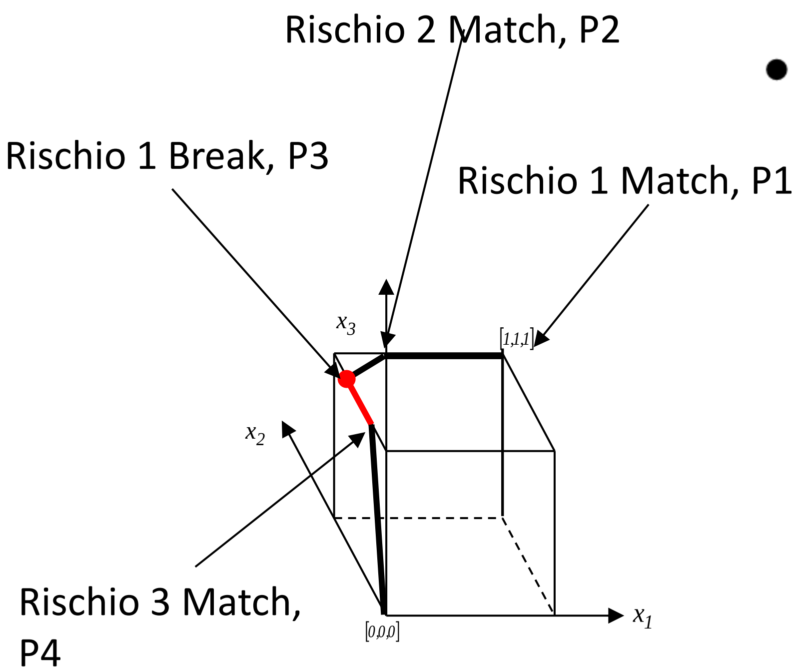


- Punti interni segmento P_1-P_2 :
  $$\lambda(P) = F_1(P) > F_2(P), F_3(P)$$
- Punti interni segmento P_2-P_3:
  $$\lambda(P) = F_1(P) = F_2(P) > F_3(P)$$
- Punti interni segmento P_3-P_4:
  $$\lambda(P) = F_1(P) = F_2(P) = F_3(P)$$
- *λ funzione monotona decrescente continua e derivabile lungo il cammino da P_1 a P_4*

Critica di Markowitz, 2006

- La procedura di De Finetti vale solo per rischi non correlati
- Implicita ipotesi di De Finetti:
  - In tutti i corner risulta $0 < x_i < 1$ per tutti i rischi i in corso di riassicurazione
- Controesempio:





- In P3 (●), $x_1 = 0$
- Punti interni segmento P3-P4, $F_2 = \lambda;\ F_3 < \lambda; F_1 > \lambda$
- <u>Regola generale</u>:

in tutti i punti interni

$$0 < x_i < 1, F_i(x) = \lambda$$

$$x_i = 1, F_i(x) < \lambda$$

$$x_i = 0, F_i(x) > \lambda$$

Outline of general results: KKT conditions

The solution (x,λ) is efficient iff:

$$x_i = 1 \Rightarrow F_i(\mathbf{x}) \leq \lambda$$

$$0 < x_i < 1 \Rightarrow F_i(\mathbf{x}) = \lambda$$

$$x_i = 0 \Rightarrow F_i(\mathbf{x}) \geq \lambda$$

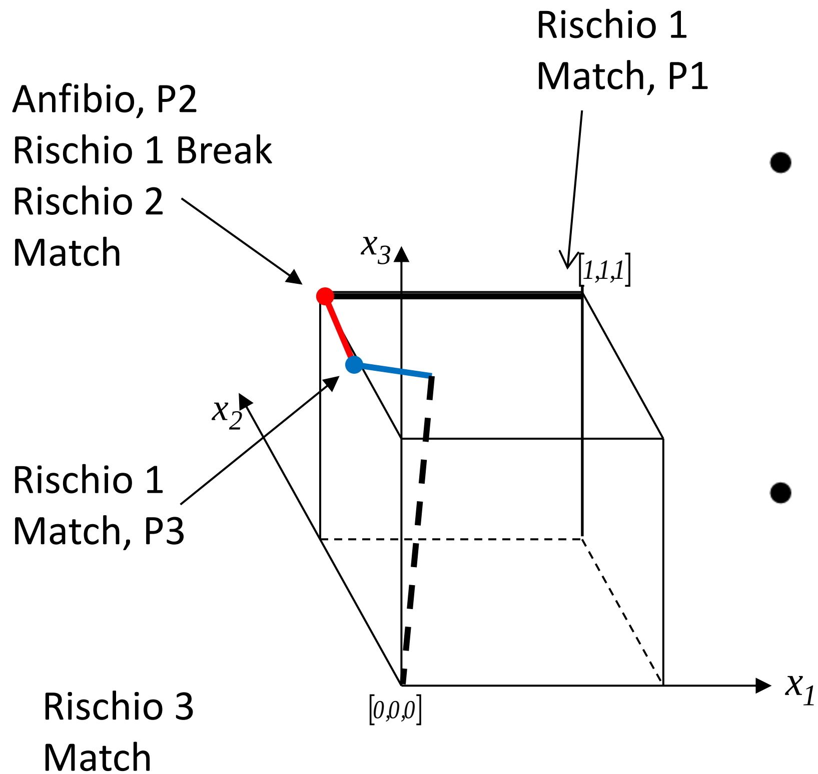
where:

- λ, Lagrange multiplier of the expectation constraint in the Lagrangian of the constrained optimization problem
- the functions $F_i(x)$ are:

$$F_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial x_i}\Big/\frac{\partial E}{\partial x_i} := \sum_{j=1}^{n} \frac{\sigma_{ij}}{m_i} x_j \qquad i = 1, \ldots, n$$

Interpretation:

- λ, unit (shadow) price in terms of quota of reinsurance
- $F_i(x)$ normalized marginal pseudo utility of a reinsurance of i–th risk
- More precisely, at x, diminution of variance over diminution of expectation for a marginal reinsurance dx_i of the reinsured quota of risk i



- In corner P2 (●),

  $F_1 = \bar{\lambda}; F_2, F_3 < \bar{\lambda}$

- Per $\underline{\lambda}$=$F_2 < \bar{\lambda}$ iniziamo il movimento lungo il segmento rosso
- In corner P3 (●),

  $F_1 = F_2 > F_3$

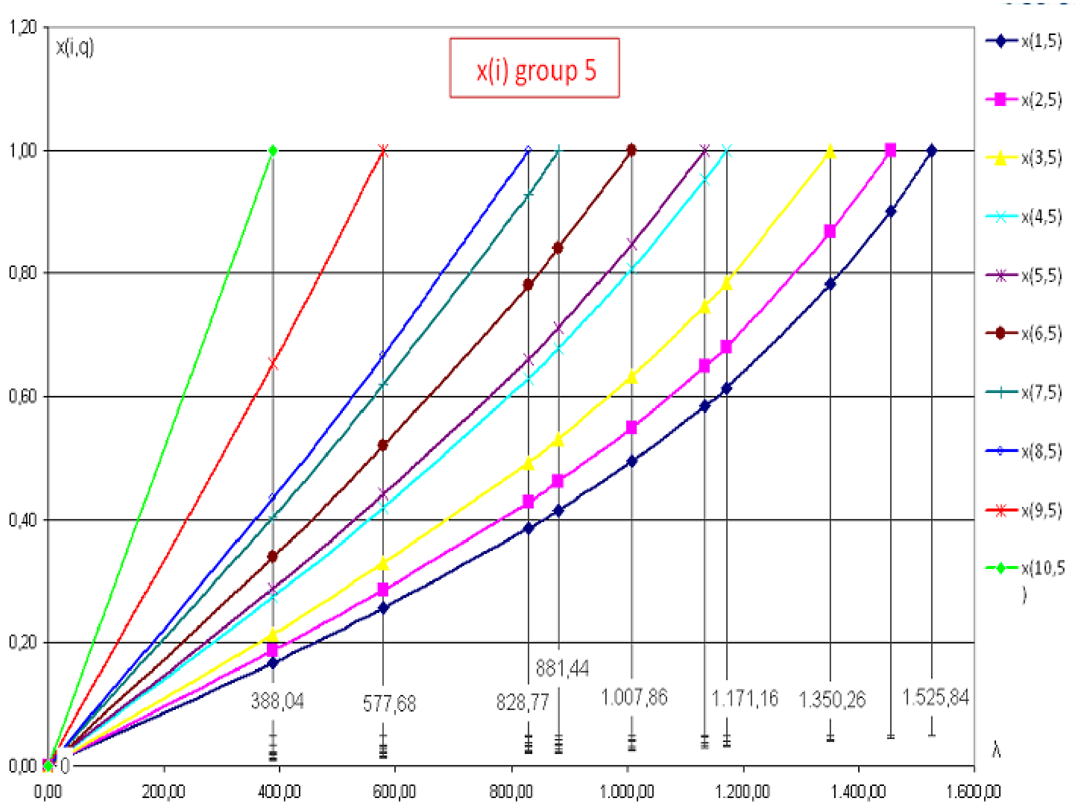
Per $\bar{\lambda} > \lambda > \underline{\lambda}$ rimaniamo prigionieri nel vertice.

Difesa dell'impostazione definettiana

1. Funziona anche nel caso di rischi correlati sotto condizione di regolarità (matching). Nella stragrande maggioranza delle applicazioni pratiche la condizione sarà verificata

Difesa dell'impostazione definettiana

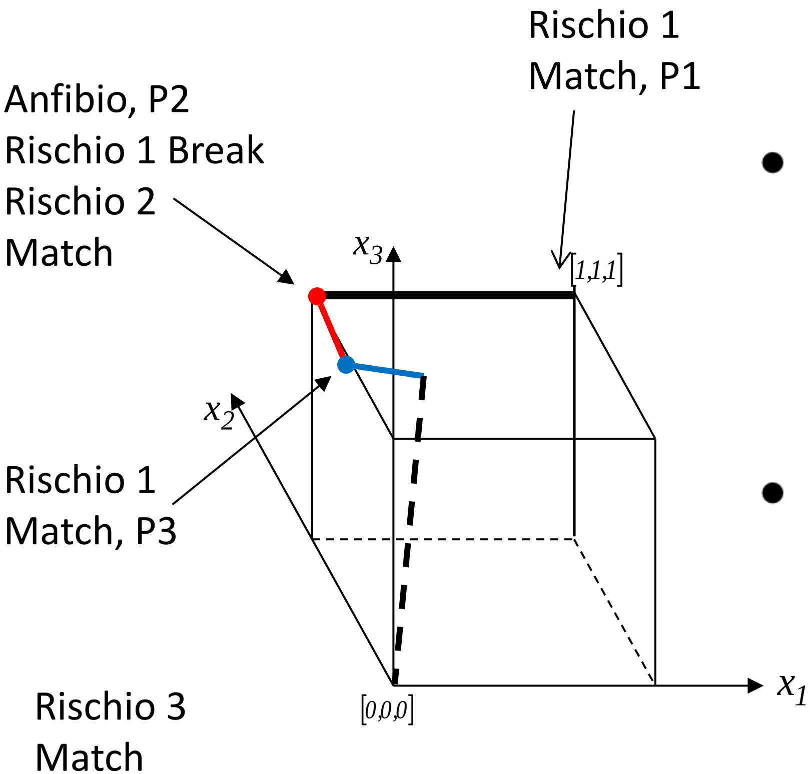
2. Si ottiene una formula quasi chiusa per la correlazione di gruppo.



Tratto da Pressacco F., P. Serafini and L. Ziani (2011). Mean-Variance efficient strategies in proportional reinsurance under group correlation in a Gaussian framework. European Actuarial Journal, 1-2, 433-454

Difesa dell’impostazione definettiana

3. Anche nei casi non regolari un <u>semplice adattamento</u> della procedura definettiana consente di trovare il cammino di optimum



- In corner P2 (●),

  $F_1 = \bar{\lambda}; F_2, F_3 < \bar{\lambda}$

- Per $\underline{\lambda}$=$F_2 < \bar{\lambda}$ iniziamo il movimento lungo il segmento rosso
- In corner P3 (●),

  $F_1 = F_2 > F_3$

Difesa dell'impostazione definettiana

4. La procedura fornisce una chiara spiegazione del comportamento del cammino di optimum nel piano Media-Varianza, con curva

$$V = f(E)$$

tale che

$$f'(E) = 2\lambda$$

derivabile quasi dappertutto, salvo nei corner di tipo anfibio

Difesa dell'impostazione definettiana

5. Se affrontiamo il problema dal punto di vista della tecnologia KT, il modo più naturale di esprimere le condizioni di ottimo (in particolare le condizioni di complementarietà) implica il ricorso alle <u>funzioni vantaggio</u>

$$\min \quad \frac{1}{2}\mathbf{x}^\top C\mathbf{x}$$
$$\mathbf{x}^\top \mathbf{m} \geq E$$
$$\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{1}$$

$$L(\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^\top C\mathbf{x} + \lambda\,(E - \mathbf{m}^T\mathbf{x}) + \mathbf{u}\,(\mathbf{x} - \mathbf{1}) - \mathbf{v}\,\mathbf{x}$$

and make recourse to the KKT conditions which state that $\hat{\mathbf{x}}$ is optimal iff there exists a triple $(\hat{\lambda}, \hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{v}})$, $\lambda \geq 0, \hat{\mathbf{u}} \geq \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{v}} \geq \mathbf{0}$ such that:

1) $\hat{\mathbf{x}}$ minimizes $L(\mathbf{x}, \hat{\lambda}, \hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{v}})$
2) $\hat{\mathbf{x}}$ is feasible
3) either $\hat{x}_j = 0$ or $\hat{v}_j = 0$ (or both) and
   either $\hat{x}_j = 1$ or $\hat{u}_j = 0$ (or both)

Optimality condition: $\hat{\mathbf{x}}$ is mean-variance efficient iff there exists $\lambda \geq 0$ such that:

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & F_i(\hat{\mathbf{x}}) = \lambda & \text{if } 0 < \hat{x}_i < 1 \\ \text{ii)} & F_i(\hat{\mathbf{x}}) \geq \lambda & \text{if } \hat{x}_i = 0 \\ \text{iii)} & F_i(\hat{\mathbf{x}}) \leq \lambda & \text{if } \hat{x}_i = 1 \end{array}$$

Difesa dell'impostazione definettiana

6. Lo schema definettiano si rivela estremamente utile anche per affrontare il classico problema di portafoglio. È necessario introdurre funzioni di vantaggio bilaterali

Trapianto di de Finetti al problema standard di portafoglio

- Ipotesi: etichetta degli asset coerente con guadagno atteso con ordinamento stretto

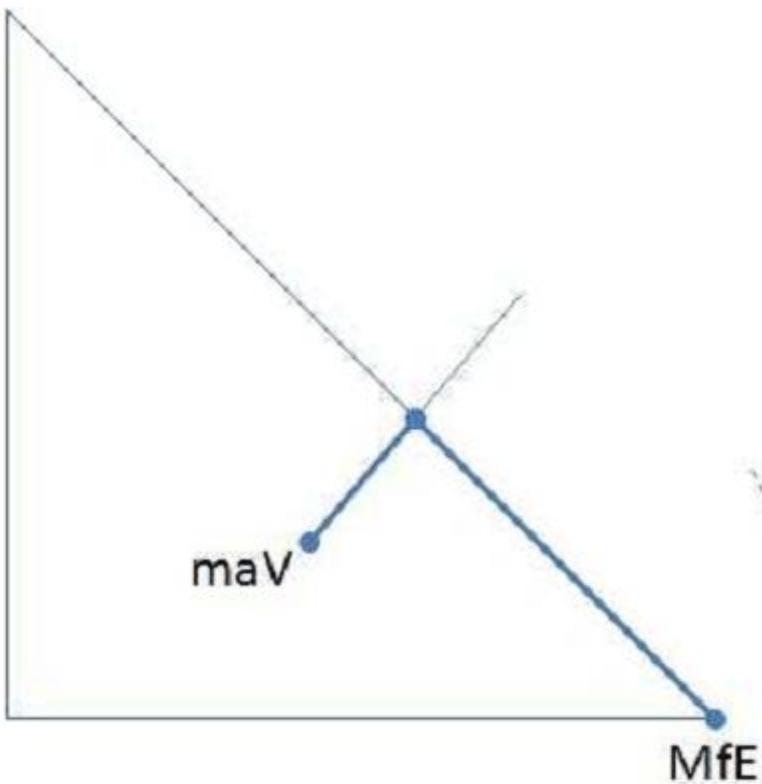
$$m_1 > m_2 > \dots > m_n$$

- Modifica dello strumento base

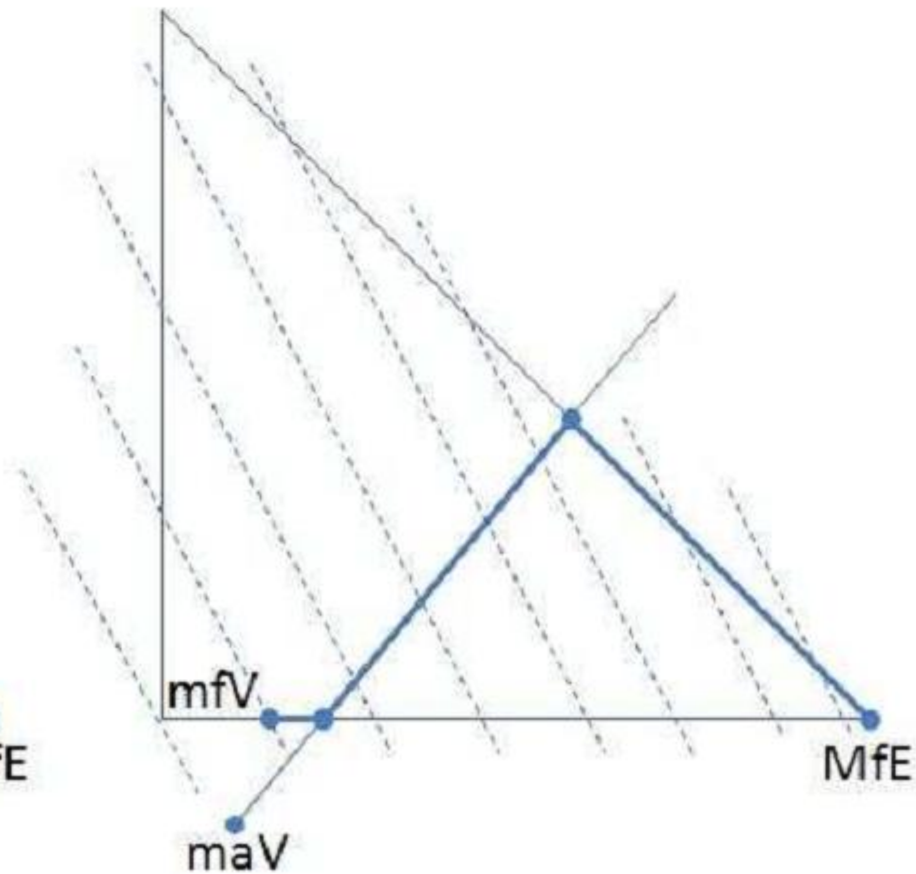
$$F_{ij}(x) := \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial V}{\partial x_i} - \frac{\partial V}{\partial x_j}}{\frac{\partial E}{\partial x_i} - \frac{\partial E}{\partial x_j}} = \sum_{h=1}^{n} \frac{\sigma_{ih} - \sigma_{jh}}{m_i - m_j} x_h$$

- Misura il beneficio locale di un trade-off di tipo *i-j* (diminuisce *i* aumenta *j*)
- NB: sia x ammissibile, $x_i x_j > 0,\ i < j \Rightarrow$

$$\Rightarrow beneficio \quad F_{ij}(x) = F_{ji}(x) \quad onere$$



maV
MfE



mfV
MfE
maV

Difesa dell'impostazione definettiana

7. Anche in questo problema il più semplice modo di esprimere le condizioni di ottimalità è mediante le funzioni vantaggio bilaterale

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}\, x^T\, \mathbf{V}\, x \\ & m^T\, x \geq E \\ & \mathbf{1}^T\, x = 1 \\ & x > \mathbf{0} \end{aligned}$$

$$L(x, \lambda, \mu, v) = \frac{1}{2}\, x^T\, \mathbf{V}\, x + \lambda\, (E - m^T\, x) + \mu\, (1 - \mathbf{1}^T\, x) - v\, x$$

and state that $\hat{x}$ is optimal if and only if there exist Lagrange multipliers $(\hat{\lambda}, \hat{\mu}, \hat{v})$, $\hat{\lambda} \geq 0$, $\hat{v} \geq 0$, such that:

1) $\hat{x}$ minimizes $L(x, \hat{\lambda}, \hat{\mu}, \hat{v})$

2) $\hat{x}$ is feasible in (1)

3) either $\hat{x}_j = 0$ or $\hat{v}_j = 0$ (or both) and

either $m^T\, x = E$ or $\hat{\lambda} = 0$ (or both)

Optimality condition: *Let k such that $x_k > 0$. Then $x \geq 0$ is optimal if and only if $\mathbf{1}^T\, x = 1$ and there exists $\lambda \geq 0$ such that*

$$F_{kh}(x) \geq \lambda, \quad h \in I_0^k, \qquad F_{kh}(x) = \lambda, \quad h \in I_k^*, \qquad F_{kh}(x) \leq \lambda, \quad h \in I_k^0$$

Difesa dell’impostazione definettiana

8. La funzione $V = f(E)$ e il problema dei corner

- Markowitz 1959: ad ogni segmento della spezzata corrisponde una parabola e in un corner della spezzata le due corrispondenti parabole sono tangenti. In generale non ci sono punti angolosi, ma essi sono possibili quando il corner è un vertice dell’insieme ammissibile. La questione rimane aperta fino al 1984, oscillando tra la diffusa opinione che a tutti i corner corrisponde un punto angoloso mentre Ross, al contrario afferma che non ci sono punti angolosi
- Dybvig 1984: risolve definitivamente il problema con soluzione intermedia. Il punto angoloso corrisponde a un corner in cui tutti gli asset attivi hanno lo stesso rendimento atteso. Immediato corollario: se tutti i rendimenti attesi sono differenti si ha punto angoloso solo in un corner in cui il portafoglio è composto da un unico asset.

La conclusione è immediata utilizzando l’approccio definettiano!

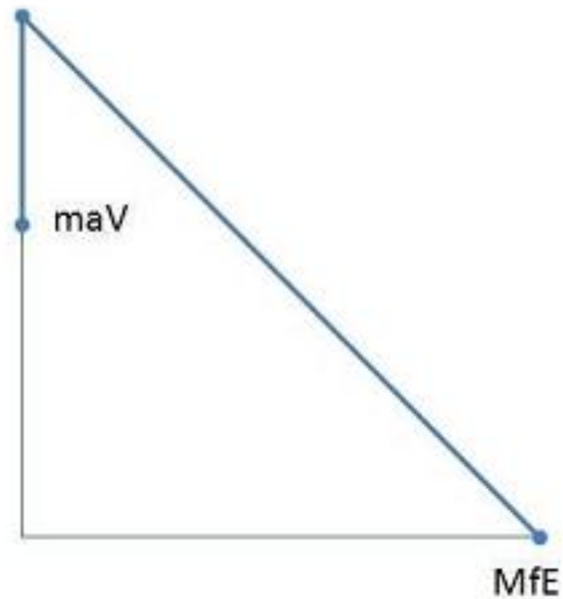


Figure 5: Efficient path: an intermediate vertex corner.

De Finetti e le scienze attuariali

- 1939, La teoria del rischio e il problema della rovina dei giocatori
- Teoria del rischio antesignana della moderna teoria dei requisiti di capitale per controllo della probabilità di rovina Solvency2, Basilea2, V@R,...

De Finetti e le scienze attuariali

- 1939, La teoria del rischio e il problema della rovina dei giocatori
- Risultato classico: DeMoivre
  - Giocatore A (B), ricchezza a (b), sequenza di partite eque di posta unitaria, p(A) = b/(a+b).
  - Se $b \to +\infty$, p(A) = 1, rovina certa del giocatore debole con ricchezza finita (impresa di assicurazione!)
  - Per evitare il fallimento trasformare il gioco in favorevole per A (caricamenti di sicurezza)

De Finetti e le scienze attuariali

- (Lundberg, 1909; Cramer, 1930)
- Asymptotic ruin probability of an insurance company:

$$RP = exp(-\alpha w)$$

w, free capital at risk

$\alpha = 2m/V$, risk coefficient linked to the safety loading

- Adjusted De Moivre Martingale model
- G_h with $h=1,\ldots$ process of random gains from independent insurance policies
- Given the initial free wealth, w and $\Phi_h(\alpha)$ such that $exp(-\alpha G_h)-1$, the process $(w + \sum_h \Phi_h(\alpha))$ is a Martingale iff α is such that

$$E[\Phi_h(\alpha)]=0$$

that is $E[exp(-\alpha G_h)]=1$

- Theorem (de Finetti, 1939): under such conditions

$$RP= exp\ (-\alpha w)$$

- In particular, if G_h is **N**(m,V) and premiums are charged according to the variance principle with loading coefficient λ:

$$\alpha = 2m_h / V_h = 2\lambda$$

i.e. RP analogous to the RP in the collective risk theory

De Finetti e le scienze attuariali

- 1940, Il problema dei pieni: applicazioni alla riassicurazione della teoria del rischio
- Dati *w, p*, scelta del punto di optimum nel quale β soddisfa $p = e^{-\beta w}$, ovvero $\beta = w^{-1} ln(1/p)$
- Per rischi non correlati, ritenzioni

$$x_i = min\left(1, {}^{2m_i}/_{\beta V_i}\right)$$

De Finetti e le scienze attuariali

- Mistero: la non citazione del problema dei pieni. In elenco scritti aventi qualche attinenza con l’economia (Un matematico e l’economia)

De Finetti e le scienze attuariali

- Duplice autocritica al problema dei pieni:
  1. Ripudio della concezione individuale a favore della concezione cooperativa

  (1942, GIIA, Impostazione individuale e impostazione collettiva del problema della riassicurazione)

  Optimum = pool quota treaties (contributo pionieristico)

  Pool quota treaties si ottengono anche come risultato di equilibri competitivi su mercati riassicurativi di coperture contingenti ove si scambiano portafogli di attività AD (i cui prezzi sono probabilità neutrali al rischio). Borch 1962.

E QUI IL CERCHIO SI CHIUDE!

De Finetti e le scienze attuariali

- Duplice autocritica al problema dei pieni:
  2. Insoddisfazione verso conclusioni pratiche della teoria del rischio: crescita senza limiti (in media) delle riserve libere dell'impresa.

  1954, GIIA, Sulla compensazione fra rischi eterogenei

  «c'è necessità di seguire criteri decisionali diversi da quello della probabilità asintotica di rovina»

  Soluzione. 1957, Proceedings XV International Congress of Actuaries, NY, Su un'impostazione alternativa alla teoria collettiva del rischio

De Finetti e le scienze attuariali

- Duplice autocritica al problema dei pieni:
  2. Insoddisfazione verso conclusioni pratiche della teoria del rischio: crescita senza limiti (in media) delle riserve libere dell'impresa.

Strategia distribuzione dividendi con barriera al livello B di riserve libere. A fine esercizio *h*, si distribuisce agli azionisti $\max(W_h - B; 0)$. B fissato al livello che massimizza il valore attuale atteso del flusso di dividendi

Massimizzazione valore dell'impresa

Utilità e avversione al rischio

- 1952, Giornale degli Economisti, Sulla preferibilità
- Accettazione dell'utilità cardinale
- Funzione di avversione assoluta al rischio

$$a(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$$

- Premio di probabilità = differenza *(2p-1)* tra probabilità di vittoria *p* e di sconfitta *(1-p),* che rende indifferente una scommessa di importo *h.* Per valori piccoli di *h*, vale:

$$\frac{1}{2}ha(x)$$

- Premio di rischio = la perdita certa indifferente ad una scommessa equa di importo *h*. Per valori piccoli di *h*, vale:

Per valori piccoli di h vale: 1/2h^2

Utilità e avversione al rischio

- 1952, Giornale degli Economisti, Sulla preferibilità
- Funzioni di utilità significative:
- Utilità esponenziale con avversione al rischio costante per ogni x

$$u(x) = 1 - e^{-\alpha x}$$
$$a(x) = \alpha$$

- Utilità logaritmica con avversione al rischio iperbolica o avversione al rischio relativa $x \cdot a(x)$ costante

$$u(x) = \ln(x)$$
$$a(x) = {}^{1}/_{x}$$

- Utilità potenza (idem come sopra)

$$u(x) = -x^{1-c}$$
$$a(x) = {}^{c}/_{x}$$

- Anticipazione di oltre 10 anni di fondamentali risultati accreditati ad Arrow (1971) e Pratt (1964), come riconosciuto (2006) da M.

Mark Rubinstein

Collegamento tra utilità e teoria del rischio

- 1952, Sulla preferibilità
- *"il classico criterio del livello di rischiosità (seconda parte del problema dei pieni) coincide con il criterio dell'utilità in condizioni di avversione al rischio costante"*

Collegamento tra utilità e teoria del rischio

- 1952, Sulla preferibilità
- Significato esplicito:

attenersi nella scelta delle quote di ritenzione al punto di optimum corrispondente ad un livello di rischiosità β equivale a comportarsi come un'impresa con funzione di utilità esponenziale e coefficiente di avversione al rischio β che utilizza la riassicurazione in modo che (dopo la riassicurazione) la sua situazione aleatoria W+G (guadagno aleatorio G del portafoglio riassicurato) sia indifferente (abbia la stessa utilità attesa) alla situazione iniziale W.

In campo attuariale anche questa proposta fu capostipite del cosiddetto principio di utilità zero, oggetto in tempi successivi di una ampia letteratura.

de Finetti e l’economia

- de Finetti e l’Amases: presidente onorario 1983-1985
- laurea honoris causa 1982 Luiss.
- Matematica logico intuitiva
- de Finetti e i centri CIME

Ringraziamenti

- Ai maestri triestini:

  Luciano Daboni e Claudio de Ferra

- Ai coautori udinesi:

  Paolo Serafini e Laura Ziani

Bibliografia

- F. Pressacco (1986), *Separation theorems in proportional reinsurance,* in: Insurance and Risk Theory, D. Reidel
- L. Daboni, F. Pressacco (1987), *Mean-variance, expected utility and ruin probability in reinsurance decisions: Suggestions and Comments on the Line of de Finetti's Seminal Work* in: VIERTL, L. (Ed.), Probability and Bayesian Statistics, Plenum Publishing Corp.
- C. de Ferra, F. Pressacco (1987), *Contributi alla teoria delle decisioni*, in: Atti del Convegno: Ricordo di Bruno de Finetti, Dip. Bruno de Finetti, Trieste
- F. Pressacco (2005), *De Finetti, Markowitz e la congettura dell'ultimo segmento*, Rendiconti per gli studi economico-quantitativi, Numero speciale in onore di G. Castellani
- F. Pressacco (2006), *Bruno de Finetti, le scienze attuariali e la teoria della finanza nel XX secolo*, Assicurazioni Vol. 73
- F. Pressacco, E. Volpe (2006) a cura di : *Matematica applicata all'economia, alla finanza, alle assicurazioni*, in B. de Finetti opere scelte, Collana I grandi matematici, a cura dell'UMI e dell'AMASES, Vol.II, IX-XXIV
- F. Pressacco (2006), *The interactions between economics and mathematics in de Finetti's thought and its relevance in finance, decision theory and actuarial sciences*, Giornale Istituto Italiano Attuari, Vol. LXIX
- H. M. Markowitz (2006), *de Finetti Scoops Markowitz,* in: Journal of Investment Management (JOIM) , Special Issue: A Literature Postscript, Vol. 4, No. 3
- M. Rubinstein (2006), *Bruno de Finetti and Mean-Variance Portfolio Selection*., in: Journal of Investment Management (JOIM) - Third Quarter 2006
- F. Pressacco, P. Serafini (2007), *The origins of the mean-variance approach in finance: revisiting de Finetti 65 years later* , Decisions in Economics and Finance, Vol. 30, No. 1, Springer
- F. Pressacco, P. Serafini (2009) , *New insights on the mean-variance portfolio selection from de Finetti's suggestions.* New frontiers in insurance and bank risk management, McGraw-Hill
- F. Pressacco (2009), *Bruno de Finetti, actuarial sciences and the theory of finance in the 20th century* in Vinzenz Bronzin's option pricing models, Springer
- F. Pressacco, L. Ziani (2009): *Mean-variance efficient strategies in proportional reinsurance under group correlation in a gaussian framework*. Available from the website of AFIR/LIFE Colloquium, Munich: http://www.actuaries.org/Munich2009/Programme EN.cfm (2009)